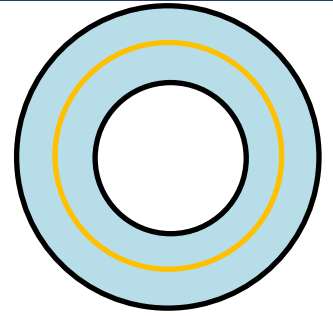


9-2-6 式の展開・因数分解の利用②

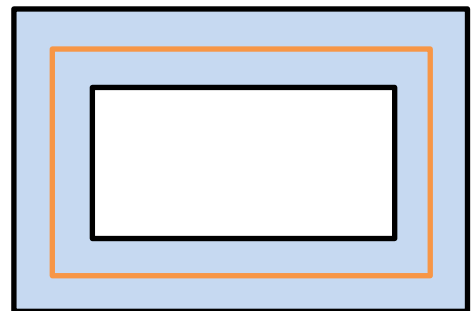
例1 連続する2つの奇数がある。この奇数の積に1を加えると4の倍数になることを証明せよ。

1 連続する3つの整数がある。その中で最も大きい数と最も小さい数の積は真ん中の数の2乗より1小さくなることを証明せよ。

例2 半径 $r(\text{m})$ の円形の土地の外側に幅 $a(\text{m})$ の道があります。この道の面積を $S(\text{m}^2)$ 、道の真ん中を通る円の周の長さを $l(\text{m})$ とすると、 $S=al$ となることを証明せよ。



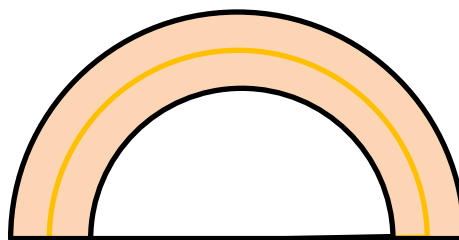
2 縦 $x(\text{m})$ 、横 $y(\text{m})$ の長方形の土地の外側に幅 $a(\text{m})$ の道があります。この道の面積を $S(\text{m}^2)$ 、道の真ん中を通る線の長さを $l(\text{m})$ とすると、 $S=al$ となることを証明せよ。



宿題

1 連続する2つの整数がある。大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひくと奇数となることを証明せよ。

2 半径 $r(m)$ の半円形の土地の弧の外側に幅 $a(m)$ の道があります。この道の面積を $S(m^2)$ 、道の真ん中を通る半円の弧の長さを $l(m)$ とするとき、 $S=al$ となることを証明せよ。



宿題解答

- ① 連続する 2 つの整数は整数 n を使って次のように表される。

$$n, n+1$$

大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひくと

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

n は整数だから $2n+1$ は奇数となる。

したがって、連続する 2 つの整数の大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひくと奇数となる

- ② 道の面積は次のように計算できる

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \pi (r+a)^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{2} \pi (r^2 + 2ar + a^2) - \frac{1}{2} \pi r^2 \\ &= \pi ar + \frac{1}{2} \pi a^2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

道の真ん中を通る半円の半径は $(r + \frac{1}{2}a)m$ だから、その弧の長さは

$$\begin{aligned} \ell &= 2\pi \left(r + \frac{1}{2}a\right) \times \frac{1}{2} \\ &= \pi r + \frac{1}{2} \pi a \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} a\ell &= a\left(\pi r + \frac{1}{2} \pi a\right) \\ &= \pi ar + \frac{1}{2} \pi a^2 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

①, ②より $S = a\ell$